

Tercer examen parcial (40%)

1. Dibuje la región encerrada por las curvas $y = x$ y $y = 3x - x^2$. Exprese el área de dicha región mediante una integral (sin calcularla).

2. Escriba la expresión racional $\frac{1}{x(x+2)^2(x^2+3)^2}$ como suma de fracciones parciales sin determinar las constantes asociadas.

3. Sea $f(x) = \frac{1+\tan(x)}{1-\tan(x)}$.

- Halle un cambio de variable $u = u(x)$ tal que:

$$\int f(x)dx = \int \frac{1+u}{(1-u)(1+u^2)} du$$

4. Considere el sólido que se genera al hacer rotar la región encerrada por las curvas $y = e^{-x^2}$ y $y = e^{-x}$ alrededor del eje y .

- Exprese el volumen mediante el método de arandelas.
- Exprese el volumen mediante el método de los cascarones.
- Calcule el volumen.

5. Determine si es verdadero o falso que: $\int_0^{\pi} \tan(x) dx = 0$

6. Calcule los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + x)^{3/x}$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(\pi^x - 1) - x^3 + \pi \cdot x}{\pi^x - 1}$